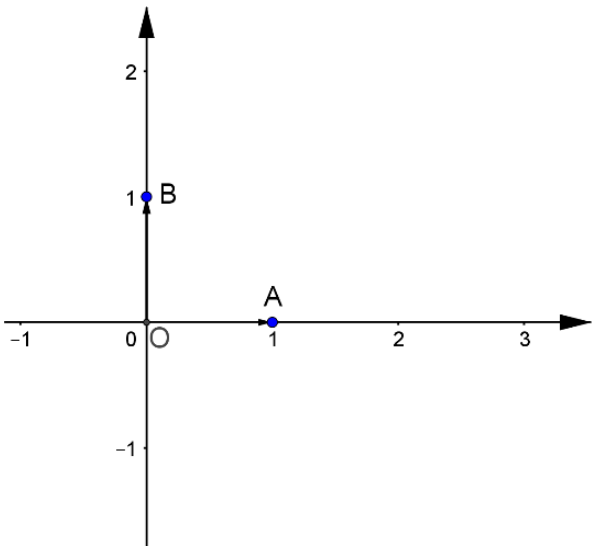
EXERCICE N°2 : 15' 4 points

$(O,\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$ est un repère orthonormé direct du plan.

Soit C le point d'affixe $c=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-i}$.



1°) Montrer que le triangle ABC est isocèle en A.

2°) Ecrire $1-i$ sous forme exponentielle ;

En déduire que $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)\equiv\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

3°) Construire le point C.

4°) Vérifier que $c-1=\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$, en déduire $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

EXERCICE N°3 : 30' 5 points

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)}{x^2+1} & \text{si } x<0 \\ f(x)=x^3+x-1 & \text{si } 0\le x\le 1 \\ f(x)=\sqrt{x-1}+x & \text{si } x>1 \end{cases}$

(C_f) étant sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Montrer que f est continue en 1.

2°) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$. En déduire que f est discontinue à gauche en 0.

3°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} x\sin\left(\dfrac{\pi}{x}\right)=\pi$. Calculer alors $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

5°) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $]0,1[$ une solution α.

b) Vérifier que $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)=\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn